



Școala Gimnazială „Nicolae Romanescu”

CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ “MICUL ARHIMEDE”

Ediția a XVIII-a, Craiova 7 decembrie 2019

Clasa a III-a

PARTEA I

1. Câte numere impare de trei cifre distincte se pot scrie cu ajutorul cifrelor 7, 0, 4, 5?
A) 6 B) 5 C) 8 D) 7 E) 18
2. Al zecelea termen al șirului: 0, 5, 10, 15, este:
A) 20 B) 30 C) 40 D) 45 E) 55
3. Suma a trei numere consecutive impare este 27. Cel mai mare dintre cele trei numere este:
A) 7 B) 11 C) 9 D) 13 E) 15
4. M-am gândit la un număr, l-am înmulțit cu 5, din rezultat am scăzut 5, diferența am împărțit-o la 5, iar din cât am scăzut 5, obținând 4. Numărul la care m-am gândit este:
A) 5 B) 10 C) 9 D) 4 E) 7
5. Cel mai mic număr de bețișoare de lungimi egale necesar pentru a construi 4 triunghiuri este:
A) 9 B) 8 C) 10 D) 11 E) 16
6. Așezați în cerc, Bianca observă că este a doisprezecea dacă începe numărătoarea de la Andrei spre stânga lui și tot a doisprezecea dacă începe numărătoarea tot de la Andrei, dar spre dreapta acestuia. Câți copii sunt în cerc?
A) 12 B) 22 C) 13 D) 14 E) 20
7. Câte numere de trei cifre au produsul cifrelor 8?
A) 10 B) 14 C) 6 D) 9 E) 12
8. Cea mai mare sumă a două numere distincte de câte două cifre consecutive este:
A) 197 B) 187 C) 186 D) 185 E) 176
9. Dacă 6 nuci și 2 pere cântăresc cât 24 de prune, iar o nucă și 4 prune cât o pară. Câte prune cântăresc cât o pară?
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14
10. Dacă adun triplul unui număr cu triplul altui număr, obținem 165. Știind că triplul diferenței numerelor este 45, care este numărul mai mare?
A) 45 B) 35 C) 55 D) 20 E) 15



Școala Gimnazială „Nicolae Romanescu”

PARTEA a II-a

1. Adi, Bianca și Cristina au împreună 200 de lei. Jumătate din suma lui Adi este egală cu o treime din suma Biancăi și cu o cincime din suma Cristinei. Câți bani are fiecare?
2. Un pomicultor trebuie să ude 6 pomi de pe aceeași alee, plantați la 6 metri unul de altul. La 30 metri de primul pom, pe aceeași alee, este un bazin de apă. Ce distanță va parcurge pomicultorul pentru a uda toți pomii, știind că pleacă de la bazin ducând câte două găleți cu apă deodată și toarnă la fiecare pom câte trei găleți, iar după terminarea lucrării se întoarce la bazinul cu apă?

G.M. 1/2019 enunt modificat

Notă: Timp de lucru 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. La subiectele din partea I se vor scrie numai literele majuscule corespunzătoare răspunsului corect, iar la partea a II-a se vor scrie rezolvările complete. Succes!



Școala Gimnazială „Nicolae Romanescu”

Clasa a III-a

Barem

Total puncte: 100, după cum urmează: 10p –din oficiu + 50p.–partea I + 40p.– partea a II-a

PARTEA I

Se punctează doar rezultatul:

- pentru fiecare răspuns corect se acordă punctaj maxim – 5p.
- pentru fiecare răspuns greșit se acordă 0p

Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rezultat	C	D	B	B	A	B	A	B	A	B

PARTEA a II-a

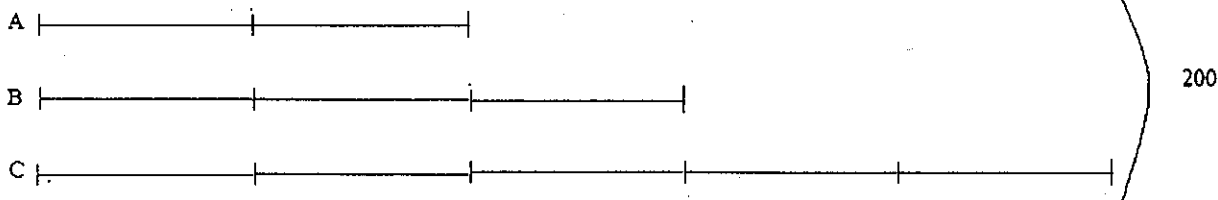
Pentru orice soluție corectă se acordă punctaj maxim corespunzător.

Pentru raționament corect, dar calcul eronat se acordă jumătate din punctajul corespunzător operației.

Item 1- 20 puncte

Reprezentarea grafică

.....2 p



- 2 + 3 + 5 = 10 părți egale 2p
- 200 : 10 = 20 o parte, jumătate din suma lui Adi 4p
- 20 x 2 = 40 lei are Adi 4p
- 20 x 3 = 60 lei are Bianca 4p
- 20 x 5 = 100 4p

Item 2- 20 puncte

Rezolvare	Punctaj
Pentru a uda P ₁ și P ₂ pomicultorul face un drum de la B la P ₁ și două drumuri de la B la P ₂ (la primul drum de la B la P ₂ lasa o galeata cu apa la P ₁ și o galeata la P ₂) Parcurge 30 x 2 + (30 + 6) x 2 x 2 = 204 m	6p
Pentru a uda P ₃ și P ₄ pomicultorul face un drum de la B la P ₃ și două drumuri de la B la P ₄ (la primul drum de la B la P ₄ lasa o galeata cu apa la P ₃ și o galeata la P ₄)	6p



Școala Gimnazială „Nicolae Romanescu”

Parcurge $(30 + 6 \times 2) \times 2 + (30 + 6 \times 3) \times 2 \times 2 = 276$ m	
Pentru a uda P_5 și P_6 pomicultorul face un drum de la B la P_5 și două drumuri de la B la P_6 (la primul drum de la B la P_6 lasă o galeată cu apă la P_5 și o galeată la P_6) Parcurge $(30 + 6 \times 4) \times 2 + (30 + 6 \times 5) \times 2 \times 2 = 348$ m	6p
Distanța totală parcursă este $204 + 276 + 348 = 828$ m.	2p
Observație : se consideră “drum “ distanța bazin - pom dus- întors . TOTAL	20p



Ministerul Educației Naționale
Școala Gimnazială „Nicolae Romanescu”
Str. Caracal Nr.81 Craiova 200542 Dolj Romania
Tel /Fax: A 0040 251 310112; B 0040 351 801824
E-mail: contact@scoalaromanescu.ro
Web: www.scoalaromanescu.ro

Școala Gimnazială „Nicolae Romanescu”

CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ “MICUL ARHIMEDE”

Ediția a XVIII-a, Craiova 7 decembrie 2019

Clasa a IV-a

PARTEA I

1. Rezultatul exercițiului $61 - 26 + 5 \times [41 + 32 - (129 - 21 \times 6) \times 20] =$
A) 100 B) 99 C) 89 D) 98 E) 87

2. Ordoneți într-un șir descrescător numerele $\overline{423ab}$; $\overline{a423b}$; $\overline{32ab4}$; $\overline{423ba}$; $\overline{ab423}$,
știind că $4 < a < b$. Care este al treilea număr din șir?
A) $\overline{32ab4}$ B) $\overline{ab423}$ C) $\overline{423ab}$ D) $\overline{a423b}$ E) $\overline{423ba}$

3. Doi înotători se antrenează într-un bazin cu lungimea de 5 metri. Dacă pleacă amândoi de la același capăt al bazinului și se întorc la celălalt capăt, iar antrenorul a observat că s-au întâlnit de trei ori, câți metri au înotat împreună?
A) 10m B) 4m C) 14m D) 30m E) 6m

4. Dintr-un grup de 25 de copii, 14 au surori, 13 au frați, iar 4 nu au nici frați nici surori. Numărul copiilor care au și frați și surori este:
A) 5 B) 3 C) 6 D) 2 E) 7

5. Dacă în pătratul alăturat fiecare linie, fiecare coloană și fiecare diagonală conține cifrele 1,2,3 și 4 o singură dată, atunci E+F are valoarea:
A) 4 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

1	A	B	C
M	2	D	E
N	P	3	F
Q	R	1	G

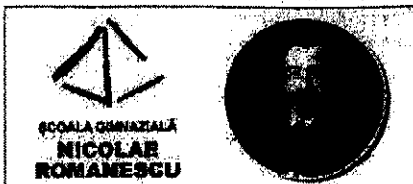
6. Valoarea lui „a” din egalitatea $4 + [9 - (8 + a \times 6) : 10] \times 5 = 39$ este:
A) 4 B) 3 C) 5 D) 2 E) 1

7. Într-o clasă cu 24 de elevi sunt 13 fetițe. Dintre aceștia, 16 copii poartă pantaloni. Câte fetițe poartă pantaloni?
A) 13 B) 21 C) 11 D) 8 E) 5

8. La începutul școlii, s-au înscris la cor 35 de fete și 30 de băieți. La fiecare cântare săptămânală, exigenta profesoară de muzică elimină câte 4 fete și 3 băieți. După câte săptămâni numărul fetelor devine egal cu cel al băieților?
A) 5 B) 6 C) 4 D) 15 E) 16

9. Petre este mai mare decât Paul, care este mai mare decât Maria. Eva este mai mare decât Paul. Simona este mai mică decât Petre și mai mare decât Eva. Care este cel de-al treilea în ordinea vârstei?
A) Maria B) Petre C) Paul D) Eva E) Simona

10. Care număr adunat cu jumătatea lui este cu trei mai mic decât dublul numărului inițial?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12



Ministerul Educației Naționale
Școala Gimnazială „Nicolae Romanescu”
Str. Caracal Nr.81 Craiova 200542 Dolj Romania
Tel /Fax: A.0040 251 310112; B 0040 351 801824
E-mail: contact@scoalaromanescu.ro
Web: www.scoalaromanescu.ro

Școala Gimnazială „Nicolae Romanescu”

PARTEA a II-a

1. La un concurs între școli se acordă fiecărui elev participant care obține premiul întâi 10 puncte , celui care obține premiul al-II-lea 7 puncte și câștigătorului premiului al -III-lea 3 puncte. Câte premii au obținut elevii unei școli , dacă au totalizat 110 puncte și s-au întors cu cel puțin 5 premii de fiecare fel?

G.M. 6-7-8 / 2019

2. Trei canguri urcă o scară, având fiecare treaptă vopsită în câte o culoare: roșu, galben, verde, roșu, galben , verde și tot așa, începând cu cea mai de jos. Dacă pornesc din același loc, de la baza scării, primul face salturi de câte două trepte, al doilea de câte trei trepte, iar al treilea salturi de câte cinci trepte, aflați:

- Care este numărul minim de trepte al scării, știind că pe ultima treaptă s-au întâlnit din nou?
- Ce culoare are ultima treaptă?

Notă: Timp de lucru 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. La subiectele din partea I se vor scrie numai literele majuscule corespunzătoare răspunsului corect, iar la partea a II-a se vor scrie rezolvările complete. Succes!



Ministerul Educației Naționale
 Școala Gimnazială „Nicolae Romanescu”
 Str. Caracal Nr.81 Craiova 200542 Dolj Romania
 Tel/Fax: A-0040 251 310112; B 0040 351 801824
 E-mail: contact@scoalaromanescu.ro
 Web: www.scoalaromanescu.ro

Școala Gimnazială „Nicolae Romanescu”

Clasa a IV-a

Barem

Total puncte: 100, după cum urmează: 10p –din oficiu + 50p.–partea I + 40p.– partea a II-a

PARTEA I (50 de puncte)

Se punctează doar rezultatul:

- pentru fiecare răspuns corect se acordă punctaj maxim – 5p.
- pentru fiecare răspuns greșit se acordă 0p

Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rezultat	A	E	D	C	B	D	E	A	D	C

PARTEA a II-a (40 de puncte)

Pentru orice soluție corectă se acordă punctaj maxim corespunzător.

Pentru raționament corect, dar calcul eronat se acordă jumătate din punctajul corespunzător operației.

Item 1- 20 puncte

a = număr premii întâi ; $a \geq 5$ b = număr premii doi ; $b \geq 5$ c = număr premii trei ; $c \geq 5$	2p
Punctaj obținut = $10 \times a + 7 \times b + 3 \times c = 110$	2p
Punctajul minim obținut din premiile 2 și 3 este $7 \times 5 + 3 \times 5 = 50$ puncte Deci punctajul maxim obținut din premiile întâi este = $110 - 50 = 60$, adică $10 \times a \leq 60$, rezulta $a = 5$ sau $a = 6$	6p



Școala Gimnazială „Nicolae Romanescu”

<p>Punctajul minim obținut din premiile I și III este = $10 \times 5 + 3 \times 5 = 65$, deci punctajul maxim obținut din premiile II este egal cu $110 - 65 = 45$, adică $7 \times b \leq 45$, rezulta $b = 5$ sau $b = 6$</p>	6p
<p>Cazul 1 $a=5, b=5, 50+35+3 \times c=110$ imposibil Cazul 2 $a=5, b=6, 50+42+3 \times c=110, c=6$, total premii 17 Cazul 3 $a=6, b=5, 60+35+3 \times c=110, c=5$, total premii 16 Cazul 4 $a=6, b=6, 60+42+3 \times c=110$, imposibil</p>	4p

Item 2- 20 puncte

a) Primul cangur calcă pe treptele: 2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26,28,30,32,34,..... 2 p

Al doilea pe treptele: 3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,..... 2 p

Al treilea pe treptele: 5,10,15, 20,25,30,35,..... 2 p

Observăm că treapta cu numărul 30 este călcată de cei trei canguri, deci scara are 30 de trepte. 5 p

b) $30 : 3 = 10$ grupe de câte trei culori (roșu, galben, verde) 5 p

Cea de-a 30-a treaptă va fi verde 4 p



**Concursul Regional de Matematică “Micul Arhimede” – Ediția a XVIII-a
7 decembrie 2019, clasa a V-a**

Partea I : Pe foaia de concurs scrieți numai litera (majuscula) corespunzătoare răspunsului corect.

1. Într-o cutie sunt 15 bile albe, roșii și negre. Bilele albe sunt de 7 ori mai multe decât cele roșii. Câte bile negre sunt în cutie?
A. 7 B. 9 C. 2 D. 5 E. 10
2. Dacă $\overline{ab} + \overline{ba} = 121$, atunci $a + b$ este egal cu....
A. 12 B. 10 C. 11 D. 13 E. 9
3. Un fermier glumeț zice: “ Am găini și iepuri. Când număr capetele găsc 100. Când număr picioarele găsc 320. Câte găini am?”
A. 80 B. 40 C. 20 D. 100 E. 60
4. Într-o găleată de 10 litri sunt 7 litri de apă. Dacă mai adăugăm 7 litri de apă în găleată vor fi....
A. 3 l B. 10 l C. 6 l D. 14 l E. 50
5. De câte ori se mărește un număr N de 2 cifre dacă adăugăm lângă el, în dreapta, același număr N?
A. de 11 ori B. de 101 ori C. de 102 ori D. de 100 ori E. de 12 ori
6. Sala unui teatru are 26 rânduri cu 24 locuri fiecare. Toate locurile sunt numerotate începând cu primul rând. În ce rând poate fi găsit locul 375?
A. 13 B. 14 C. 15 D. 12 E. 16
7. Trei canguri tineri au făcut împreună o plimbare de 9 km. Câți kilometri a parcurs fiecare?
A. 9 B. 27 C. 6 D. 10 E. 8
8. Câte numere de două cifre au proprietatea că, dacă se pune cifra 0 între cifrele sale, numărul obținut devine de 7 ori mai mare decât cel inițial?
A. 2 B. 3 C. 1 D. 5 E. 4
9. Fie $a = 2^{2^4}$, $b = 3^{4^2}$, $c = 4^{2^3}$. Atunci
A. $a=b=c$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$ E. $c < b < a$
10. Suma cifrelor numărului $N = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99 \dots 9}_{\text{de 2019 ori}} + 2019$ este:
A. 2017 B. 2021 C. 2019 D. 2018 E. 2020

Partea a II-a : Pe foaia de concurs scrieți rezolvările complete.

11. a) Să se determine numerele prime a, b, c pentru care are loc relația $2a + 5b + 6c = 50$.
(G.M 3/2018)
b) Suma resturilor obținute prin împărțirea numerelor naturale $1, 2, 3, \dots, n-1, n$ la 21 este egală cu 20166. Determinați valoarea lui n .
(G.M. 4/2019)
12. Fie $a = n^2(n+1)^2 + 1$. Arătați că numărul $2016^a + 2017^a + 2018^a + 2019^a$ se divide cu 10.
(G.M. 1/2019)

Notă: Timp de lucru 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii.
10 puncte din oficiu

SUCCES!



Concursul Regional de Matematică “Micul Arhimede” – Ediția a XVIII –a
Barem de corectare
Clasa a V-a

Oficiu: 10 puncte

Partea I: $10 \times 5 = 50$ puncte

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
A	C	B	B	B	E	A	C	E	C
5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p

Partea II: 40 puncte

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

11. a) Numerele $2a$, $6c$ și 50 sunt pare2p
 Dacă b este par și prim, atunci $b = 2$2p
 Relația devine $a + 3c = 20$ 2p
 Din condiția că $3c < 20$ rezultă că c poate fi 5, 3 sau 2..... 1p
 Analiza fiecărui caz și determinarea soluțiilor: (5, 2, 5), (11, 2, 3).....3p
- b) Împărțirea numerelor de la 1 la 21 la 21 dă ca resturi numerele 1, 2, ...,20, 0.....2p
 Suma resturilor acestei grupe este $1+2 + 3 + \dots +20+ 0 = 210$4p
 $20166 = 210 \cdot 96 + 6$, asta înseamnă că există 96 grupe a 21 numere și încă 3 numere..
4p
 $96 \cdot 21 = 2016$ fiind ultimul număr din grupă.....3p
 Ultimul număr este $n = 2019$2p
12. Produsul $n(n+1)$ este număr par.....2p
 Numărul a este de forma $4k + 1$ 3p
 Ultima cifră a fiecărui termen $U(2016^a) = 6$, $U(2017^a) = 7$, $U(2018^a) = 8$, $U(2019^a) = 9$...
 8p
 Ultima cifră a expresiei este 0, deci numărul este divizibil cu 10.....2p

Concursul Regional “Micul Arhimede” – Ediția a XVIII –a
7 decembrie 2019 ,clasa a VI-a

Partea I : Pe foaia de concurs scrieți numai litera (majusculă) corespunzătoare răspunsului corect

- Câte numere de la 1 la 1000 conțin cifra 2 de 2 ori ?
A. 26 B. 27 C. 30 D. 29 E. 31
- Dacă $A \cup B \cup C = \{ 1,2,3,4,\dots,100\}$, $A - B = \{ 1,3,5,7,\dots,99\}$ și $A - C = \{ 2,4,6,8,\dots,100\}$ atunci suma elementelor lui B este egală cu
A.50 B.1010 C.2550 D.5100 E.10200
- Un sfert din jumătate din dublul lui $2^{50} + 2^{50}$ este
A. 2^{49} B. 2^{50} C. 2^{48} D. 2^{25} E. 2^{51}
- Într-un grup sunt 4 băieți și 3 fete . În câte moduri putem forma o echipă compusă din 2 băieți și o fată ?
A.18 B.12 C.24 D.6 E. 15
- Aflați cel mai mare număr de forma \overline{abab} care să aibă cel mai mic număr de divizori .
A.9999 B. 9898 C.9797 D.9191 E. 6767
- Să se afle suma tuturor resturilor împărțirii numerelor de două cifre la 7 .
A.271 B.342 C.184 D.362 E.21
- Descompunerea în factori primi a unui număr natural este $A = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$. Aflați cel mai mare număr de această formă care are 24 de divizori.
A.562 500 B. 18750 C. 20250 D. 31500 E.37500
- O persoană a platit 105 franci cu 33 de monede. Ea nu a utilizat decât monede de 2 franci și de 5 franci . Câte monede de 5 franci a utilizat ?
A. 21 B.15 C.13 D.11 E.9
- Robinetul A umple în 8 ore $\frac{2}{3}$ dintr-un bazin iar robinetul B umple în 6 ore $\frac{2}{5}$ din același bazin . Dacă sunt deschise simultan robinetele A, B și C vor umple bazinul în 4 ore . În câte ore ar umple bazinul numai robinetul C ?
A. 12 ore B. 10 ore C. 20 ore D. 16 ore E.14 ore
- În timp ce un tren trece prin fața semaforului verde care-i permite intrarea într-o gară , Ionuț face 6 pași. În timp ce trenul traversează o gară lungă de 210 m , Ionuț face 20 de pași. Aflați lungimea trenului.
A. 60 m B. 50 m C. 80 m D. 90 m E. 180 m

Partea aII-a : Pe foaia de concurs scrieți rezolvările complete

11. Determinați \overline{abc} știind că : $\overline{abc} = \overline{bc}^2 + \overline{ab} - \overline{a8}$.

Prof. Claudiu Coandă

12. Unghiurile AOB, BOC, COD , DOE și EOA sunt unghiuri în jurul punctului O și $\angle AOB < 90^\circ$, $\angle BOC = \angle DOE = 90^\circ$, $\angle AOE > 90^\circ$. Dacă (OM și (ON sunt bisectoarele unghiurilor AOC , respectiv AOD , demonstrați că

a) bisectoarele unghiurilor COD si EOB sunt semidrepte opuse .

b) $\angle BOM + \angle AON - \frac{\angle COD}{2} = 90^\circ$.

G.M. 10/2018 supliment



Ministerul Educației Naționale
 Școala Gimnazială „Nicolae Romanescu”
 Str. Caracal Nr.81 Craiova 200542 Dolj Romania
 Tel /Fax: A 0040 251 310112; B 0040 351 801824
 E-mail: contact@scoalaromanescu.ro
 Web: www.scoalaromanescu.ro

BAREM DE NOTARE

Partea I (50 puncte)

clasa a VI-a

Nr.probl	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
raspuns	B	C	A	A	C	A	B	C	B	D
punctaj	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p

Partea a II-a

Nr.probl	Rezolvare	Punctaj
11	$100a + \overline{bc} = \overline{bc}^2 + 10a + b - 10a - 8$ $100a + \overline{bc} = \overline{bc}^2 + b - 8$ $100a = \overline{bc}^2 - \overline{bc} + b - 8 = \overline{bc}(\overline{bc} - 1) + b - 8$ $\overline{bc}(\overline{bc} - 1) = \text{nr. par}$, rezulta $b = \text{nr. par}$ Daca $b \geq 4$ atunci $\overline{bc}(\overline{bc} - 1) \geq 40 \cdot 39 = 1560$ imposibil Rezulta $b \leq 3$ si $b = \text{nr. par}$ atunci $b = 2$ Inlocuind se obtine $100a = \overline{2c}(\overline{2c} - 1) + 2 - 8 = \overline{2c}(\overline{2c} - 1) - 6$ rezulta ca $U(\overline{2c}(\overline{2c} - 1)) = 6$ rezulta $c = 3$ sau $c = 8$ Daca $c = 3$ avem $100a = 23 \cdot 22 - 6 = 500$ rezulta $a = 5$ si $\overline{abc} = 523$ Daca $c = 8$ avem $100a = 28 \cdot 27 - 6 = 750$ imposibil .	3p 2p 5p 2p 4p 4p
12 a	Notam $\angle AOB = x$, $\angle COD = y$, $\angle AOE = z$ rezulta $x + 90^\circ + y + 90^\circ + z = 360^\circ$, rezulta $x + y + z = 180^\circ$ fie (OG – bis. $\angle COD$ si (OF – bis $\angle BOE$, rezulta $\angle COG = \angle DOG = y/2$ si $\angle BOF = \angle FOE = (x+z)/2$ $\angle GOF = \angle GOC + \angle BOC + \angle BOF = y/2 + 90^\circ + (x+z)/2 = (x+y+z)/2 + 90^\circ = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ rezulta ca semidreptele sunt opuse	1p 6p 3p
12 b	(OM –bis $\angle AOC$ rezulta $\angle AOM = \angle MOC = (90^\circ + x)/2$ $\angle BOM = \angle AOM - \angle AOB = (90^\circ + x)/2 - x$ (ON –bis $\angle AOD$, rezulta $\angle AON = \angle NOD = (90^\circ + x+y)/2$ Rezulta $\angle BOM + \angle AON - \frac{\angle COD}{2} = (90^\circ + x)/2 - x + (90^\circ + x+y)/2 - y/2 = 90^\circ$	5p 5p



**Concursul Regional “Micul Arhimede” – Ediția a XVIII –a
7 decembrie 2019 ,clasa a VII-a**

Partea I : Pe foaia de concurs scrieți numai litera (majuscule) corespunzătoare răspunsului corect

1 Ana , Carol , Steve, Tina și Laura s-au luat la întrecere . Carol nu a terminat primul , dar nici ultimul. Tina a depășit doar trei alergători. Ana a ajuns la sosire mai repede decât Laura , dar nu a depășit-o pe Tina. Două fete au terminat cursa între Steve și Carol. În ce ordine au trecut linia de sosire cei cinci alergători ?

- A. Laura ,Carol,Ana ,Tina,Steve
- B. Laura,Carol, Ana,Steve,Tina
- C. Steve , Tina, Carol ,Ana , Laura
- D. Steve, Tina,Laura,Carol,Ana
- E . Steve , Tina, Ana , Carol , Laura .

2. Care este cea mai mare diferență posibilă dintre două numere de trei cifre care au suma cifrelor egală ?

- A.792
- B.801
- C.810
- D.890
- E.900

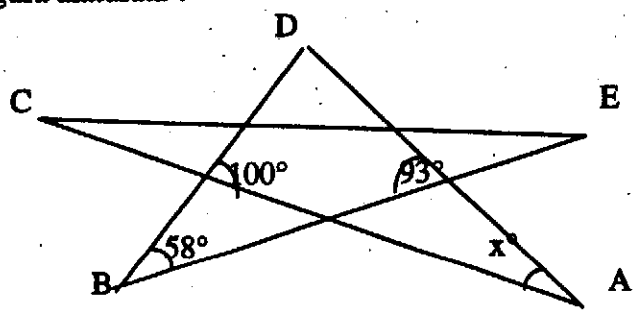
3. Petre și Nicu au fiecare câte un carton de formă dreptunghiulară, identice . Petre taie cartonul lui în două dreptunghiuri , iar suma perimetrelor acestora este 40 cm . Nicu taie cartonul lui în două dreptunghiuri , iar suma perimetrelor acestora este 50 cm. Care a fost perimetrul dreptunghiului inițial?

- A.20cm
- B.24 cm
- C.30 cm
- D.36 cm
- E. este imposibil de determinat

4 Alice minte luni, miercuri , joi și spune adevărul în oricare dintre celelalte zile. Bob minte joi, vineri , duminică si spune adevărul în oricare dintre celelalte zile. Într-o zi Alice spune :”Astăzi este luni.”, iar Bob confirmă : “ Da, așa este.”. În ce zi au discuția cei doi copii ?

- A.duminică
- B.luni
- C.miercuri
- D.joi
- E. vineri

5. Ce valoare are x în figura alăturată ?



- A. 35°
- B. 220°
- C. 51°
- D. 65°
- E. 109°

6. Maria scrie pe tablă două numere naturale de patru cifre folosind fiecare dintre cifrele 1,2,3,4,5,6,7 și 8 o singură dată. Ea alege numerele astfel încât suma lor să fie cea mai mică posibilă. Care este această sumă ?

- A.2468
- B. 3333
- C.3825
- D.4734
- E.6912

7 Unele numere de trei cifre au următoarea proprietate : dacă șterg prima cifră a numărului , obțin un pătrat perfect , dacă șterg ultima cifră a numărului ,obțin de asemenea un pătrat perfect . Care este suma tuturor numerelor de trei cifre cu această proprietate ?

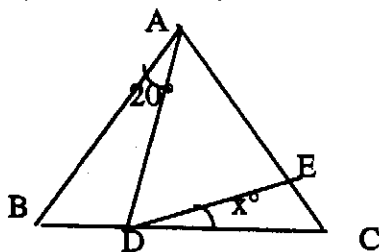
- A.1013
- B. 1177
- C. 1465
- D. 1993
- E.2016



8. Sunt 64 litri de vin într-un butoi . Înlocuiesc 16 litri de vin cu 16 litri de apă ; presupunem că vinul și apa se amestecă uniform și că volumul amestecului este suma celor două volume . Apoi înlocuiesc 16 litri de amestec cu 16 litri de apă . Amestec și repet acțiunea înca o dată. La sfârșit , câți litri de vin (bineînțeles amestecat cu apă) rămân în butoi ?

- A .27 B.24 C.16 D.30 E.48

9. În figura alăturată $AB=AC$, $\angle BAD=20^\circ$ și $AE=AD$. Aflați x° .



- A. 5° B. 20° C. 10° D. 15° E. 16°

10. Într-un autobuz sunt bănci cu un loc sau cu două locuri. Într-o stație ,șoferul a observat că în autobuz erau 13 persoane și 9 bănci libere . În altă stație ,a observat că în autobuz erau 10 persoane și doar 6 bănci libere. Câte bănci pentru călători sunt în autobuz ?

- A. 11 B. 15 C. 16 D. 38 E. 22

Partea aII-a : Pe foaia de concurs scrieți rezolvările complete

11. a) Arătați că $\sqrt{1 + \frac{1}{k^2} + \frac{1}{(k+1)^2}} = 1 + \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$, pentru orice k număr natural nenul.

b) Calculați $\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}}$, unde n este număr natural nenul.

G.M. 6-7-8 / 2018

12. a) Fie ABCD este un trapez dreptunghic cu $AB \parallel CD$, $AD \perp AB$, $AD=AB+CD$, $M \in (AD)$, astfel încât $AM=AB$ și N este mijlocul segmentului (BC). Dacă $MC \cap ND = \{P\}$ și $AN \cap MB = \{Q\}$ arătați că MPNQ este dreptunghi.

b) În patrulaterul convex ABCD se știe că $AC \perp BD$ și $AC=BD$. Demonstrați că $AB+CD \geq AC \sqrt{2}$.

G.M .3 / 2019



BAREM DE NOTARE

Partea I (50 puncte)

clasa a VII-a

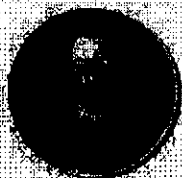
Nr.probl	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
raspuns	E	B	C	D	C	C	D	A	C	C
punctaj	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p

Partea a II-a

Nr.probl	Rezolvare	Punctaj
11 a	$1 + \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} > 0 + \frac{1}{k} > 0$, relatia este echivalenta cu $(1 + \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1})^2 = 1 + \frac{1}{k^2} + \frac{1}{(k+1)^2}$ $(1 + \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1})^2 = (1 + \frac{1}{k})^2 - 2(1 + \frac{1}{k}) \frac{1}{k+1} + \frac{1}{(k+1)^2} =$ $1 + \frac{1}{k^2} + \frac{2}{k} - \frac{2}{k+1} - \frac{2}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)^2} =$ $1 + \frac{1}{k^2} + 2 \cdot \frac{1}{k(k+1)} - \frac{2}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)^2} = 1 + \frac{1}{k^2} + \frac{1}{(k+1)^2}$	1p 3p 6p
11 b	Se aplica egalitatea de la punctul a) $\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} = 1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$ $\sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ $\sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}} = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ Insumand se obtine $n + \frac{1}{1} - \frac{1}{n+1} = \frac{n^2 + 2n}{n+1}$	4p 6p
12 a	$\triangle DMC$ – dr isoscel rezulta $\angle DMC = 45^\circ$ $\triangle ABM$ –dr isoscel rezulta $\angle AMB = 45^\circ$, rezulta $\angle CMB = 90^\circ$ (1) $\triangle MBC$ –dr si MN mediana rezulta $MN = CN = NB$ $\triangle DCN \cong \triangle DMN$ (L.L.L.) rezulta $\angle DNC \cong \angle DNM$ rezulta NP –bisectoare in triunghiul isoscel MNC, rezulta NP inaltime , rezulta $\angle MPN = 90^\circ$ (2)	3 p 3p



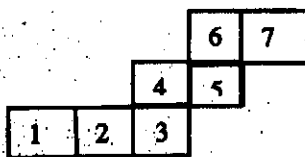
	$\Delta MNA \cong \Delta BNA$ (L.L.L.) rezulta $\angle MNA \cong \angle BNA$ rezulta NQ - bisectoare in triunghiul isoscel MNB rezulta NQ inaltime rezulta $\angle MQN = 90^\circ$ (3) Din (1) , (2) si (3) rezulta MQNP este dreptunghi	3p 1p
12 b	Construim $BM \parallel AC$ si $BM = AC$ rezulta ABMC paralelogram ,rezulta $AB = CM$ Cum $AC = BM = BD$ si $AC \perp BD$ rezulta ΔMBD este dr isoscel Aplicand T Pitagora se obtine $DM = BD \sqrt{2} = AC \sqrt{2}$. Dar $DM \leq DC + CM$ rezulta $AB + CD \geq AC \sqrt{2}$	4p 6p



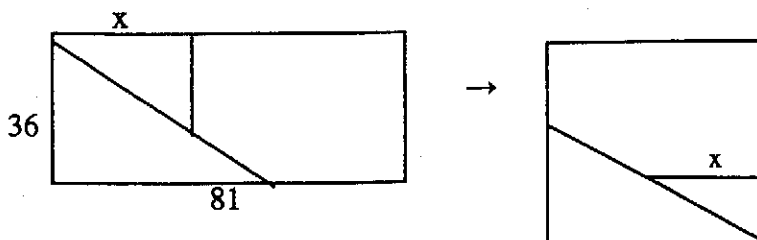
Concursul Regional “Micul Arhimede” – Editia a XVIII –a
7 decembrie 2019 ,clasa a VIII-a

Partea I : Pe foaia de concurs scrieți numai litera (majusculă) corespunzătoare răspunsului corect

- Într-un arhipelag format din 8 insule trebuie construită o rețea de poduri. Care este numărul minim de poduri care trebuie construite , astfel încât din fiecare insula să poți ajunge în oricare alta traversând cel mult două poduri , știind că oricare două poduri nu se intersectează ?
A. 6 B. 7 C. 8 D. 12 E. 16
- Elevii unei clase participă la o petrecere . La un moment dat , sub masă se pot număra 8 picioare de fete și 12 picioare de băieți, în timp ce o treime dintre fete și jumătate dintre băieți se află pe ringul de dans. Câți elevi au participat la petrecere ?
A. 10 B. 12 C. 21 D. 18 E.24
- Mihai are 5 cuburi având lungimile laturilor numere naturale. Când le aranjează de la cel mai mic la cel mai mare , diferența dintre înălțimile oricăror două cuburi vecine este de 2 cm. Cel mai mare cub este mai înalt decât turnul obținut din cele mai mici două cuburi. Ce înălțime poate avea turnul format din cele 5 cuburi ?
A. 6cm B. 15cm C. 25cm D. 48cm E.50cm
- Un zar este rostogolit , ajungând pe rând în fiecare dintre pozițiile marcate în figura alăturată. În care dintre cele 7 poziții va ajunge o aceeași față a zarului ?



- A. 1 și 7 B.1 și 6 C. 1 și 5 D. 2 și 7 E. 2 și 6
- Un dragon are 5 capete . De fiecare dată când i se taie un cap , dragonului îi cresc 5 capete în loc. După ce Făt –Frumos i-a tăiat 6 capete , câte capete va avea dragonul ?
A. 25 B. 28 C. 29 D. 30 E. 35
- Un alev desenează pe o foaie un triunghi echilateral în timp de $3\sqrt{3}$ secunde. Lucrând în același ritm , desenarea înălțimii triunghiului va dura
A. 1,5 s B. $\sqrt{3}$ s C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ s D. 9 s E. 3 s
- Un paralelipiped dreptunghic din lemn cu dimensiunile de 5 cm, 6 cm și 8 cm este pictat în totalitate cu vopsea . Paralelipipedul se împarte în 4 paralelipipede dreptunghice egale . Care este aria minimă a suprafețelor necolorate ale acestora ?
A. 60 cm^2 B. 80 cm^2 C. 120 cm^2 D. 140 cm^2 E. 160 cm^2
- Un dreptunghi cu dimensiunile 36 și 81 este tăiat în 3 bucăți care , rearanjate, formează un pătrat. Care este lungimea lui x ?





- A. 23 B. 25 C. 24 D. 26 E.27

9. Maria are 9 perle având greutatea 1g, 2g, 3g, 4g, 5g, 6g, 7g, 8g și 9g. Ea a comandat 4 inele, folosind câte două perle pentru fiecare inel. Greutățile perlelor pentru fiecare dintre cele 4 inele sunt de 17g, 13g, 7g și, respectiv, 5g. Care este greutatea perlei rămase?

- A. 1g B. 2g C. 3g D. 4g E.5g

10. Mihai alege un număr de trei cifre și un număr de două cifre. Care este suma acestor numere, dacă diferența lor este 989?

- A. 1000 B.1001 C. 1009 D. 1010 E. 2005

Partea aII-a : Pe foaia de concurs scrieți rezolvările complete

11. a) Aflați $n \in \mathbb{N}$, pentru care numărul $n^4 + 8n + 11$ este pătrat perfect.

b) Calculați suma $S = \frac{1}{1^2 - 4^2 + 3^2} + \frac{1}{2^2 - 6^2 + 4^2} + \frac{1}{3^2 - 8^2 + 5^2} + \dots + \frac{1}{98^2 - 198^2 + 100^2}$

G.M. 10 /2018

12. Fie ABCD un tetraedru și punctele M, N, P situate pe muchiile AB, AC, respectiv AD astfel încât

$$\frac{AM}{MB} = \frac{1}{4}, \frac{AN}{NC} = \frac{1}{3} \text{ și } \frac{AP}{PD} = \frac{1}{2}. \text{ Dacă } MN \cap BC = \{E\} \text{ și } MP \cap BD = \{F\}, \text{ calculați valoarea}$$

raportului $\frac{A_{AMNP}}{A_{AMEF}}$.

G.M. 3/2019



BAREM DE NOTARE

Partea I (50 puncte)

clasa a VIII- a

Nr.probl	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
raspuns	B	D	C	B	C	A	D	E	C	C
punctaj	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p

Partea a II-a

Nr.probl	Rezolvare	Punctaj
11 a	$n^4 + 8n + 11 > (n^2)^2$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$ $(n^2+1)^2 > n^4 + 8n + 11 \Leftrightarrow n^4 + 2n^2 + 1 > n^4 + 8n + 11 \Leftrightarrow 2n^2 > 8n + 10 \Leftrightarrow$ $n^2 > 4n + 5 \Leftrightarrow n^2 - 4n - 5 > 0 \Leftrightarrow (n+1)(n-5) > 0$ care este adevarata daca $n > 5$. Deci pentru $n > 5$, $(n^2+1)^2 > n^4 + 8n + 11 > (n^2)^2$, $n^4 + 8n + 11$ nu este patrat perfect Pentru $n \in \{0,1,2,3,4\}$ se verifica $n^4 + 8n + 11$ nu este patrat perfect Pentru $n=5$, $n^4 + 8n + 11 = 676 = 26^2$ este p.p.	2p 5p 3p
11b	Numitorul fiecarei fractii este de forma : $a^2 - (a+b)^2 + b^2 = -2ab$ Suma se scrie : $S = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 100} \right) =$ $-\frac{1}{4} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{99} + \frac{1}{98} - \frac{1}{100} \right) =$ $-\frac{1}{4} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) = -\frac{14651}{39600}$	3p 5p 2p
12	$\frac{AM}{MB} = \frac{1}{4} \Rightarrow AM=x$ si $MB=4x$ Fie $CO \parallel AB$, $O \in ME \Rightarrow \triangle NMA \sim \triangle NOC \Rightarrow \frac{AM}{CO} = \frac{MN}{NO} = \frac{AN}{NC} = \frac{1}{3} \Rightarrow$ $\frac{x}{CO} = \frac{1}{3} \Rightarrow CO = 3x$, $\frac{MN}{NO} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN=a$ si $NO=3a$ $CO \parallel AB \Rightarrow \triangle EOC \sim \triangle EMB$ $\Rightarrow \frac{OC}{MB} = \frac{EO}{EM} \Rightarrow \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4} = \frac{EO}{EM} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{EO}{4a+EO} \Rightarrow EO=12a \Rightarrow EM=16a \Rightarrow$ $\frac{MN}{ME} = \frac{a}{16a} = \frac{1}{16}$ (1) Fie $DQ \parallel AB$, $Q \in MF \Rightarrow \triangle PAM \sim \triangle PDQ$ $\Rightarrow \frac{AM}{DQ} = \frac{AP}{PD} = \frac{MP}{PQ} \Leftrightarrow \frac{MA}{DQ} = \frac{1}{2} = \frac{MP}{PQ}$, cum $MA=x \Rightarrow DQ=2x$ si notam $MP=b$ si $PQ=2b$	1p 6p 3p 5p 5p



$$DQ \parallel AB \Rightarrow \Delta FQD \sim \Delta FMB \Rightarrow \frac{DQ}{BM} = \frac{QF}{MF} \Rightarrow \frac{2x}{4x} = \frac{QF}{MF} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$Q \text{ - mijlocul lui } MF \Rightarrow QF=MQ=3b \Rightarrow MF=6b \Rightarrow \frac{MP}{MF} = \frac{b}{6b} = \frac{1}{6} \quad (2)$$

Atunci

$$\frac{A_{MNP}}{A_{MEF}} = \frac{MN \cdot MP \cdot \sin \angle NMP}{ME \cdot MF \cdot \sin \angle EMF} = \frac{MN \cdot MP}{ME \cdot MF} = \frac{MN}{ME} \cdot \frac{MP}{MF} = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{96}$$